

**LIBERA UNIVERSITA' INTERNAZIONALE DEGLI STUDI SOCIALI**

**Guido Carli**

**Dipartimento di Scienze economiche e aziendali**

**Impostazione matematico-finanziaria del metodo del Costo Ammortizzato,  
richiamato dallo IAS 39, per la valutazione delle attività e passività finanziarie**

**di**

**Maria Sole Staffa**

**QUADERNO DPTEA n. 159**

**Roma, novembre 2008**

# IMPOSTAZIONE MATEMATICO-FINANZIARIA DEL METODO DEL COSTO AMMORTIZZATO, RICHIAMATO DALLO IAS 39, PER LA VALUTAZIONE DELLE ATTIVITÀ E PASSIVITÀ FINANZIARIE

## 1. PREMESSA

Secondo lo IAS 39, il costo ammortizzato è uno dei possibili valori di misurazione di un'attività o di una passività finanziaria.

Sempre secondo lo IAS 39, il costo ammortizzato deve essere calcolato utilizzando il metodo dell'interesse effettivo, metodo che prevede la ripartizione degli interessi attivi o passivi e dei costi e ricavi di transazione lungo il periodo di durata dello strumento finanziario.

Il costo ammortizzato permette, in sostanza, di allocare tutti i costi e ricavi generati da uno strumento finanziario lungo l'intera vita attesa dello strumento stesso.

Tra le **attività** che possono essere misurate attraverso il costo ammortizzato spiccano:

- **gli investimenti posseduti sino alla scadenza** (held to maturity investments - HTM)
- **i finanziamenti e crediti** (loans and receivables - LR)

Per le **passività** che possono essere misurate attraverso il costo ammortizzato, lo IAS 39 procede per esclusione, indicando:

- **le passività finanziarie valutate al fair value con imputazione delle variazioni a conto economico** (financial liabilities at fair value through profit or loss - FVTPL)

Tra i costi e i ricavi da allocare lungo la vita attesa dello strumento finanziario, lo IAS 39 indica i costi (proventi) di transazione che sono quei costi (proventi) marginali direttamente attribuibili all'emissione/acquisizione di uno strumento finanziario.

Per marginali devono intendersi quei costi (proventi) che non si sarebbero prodotti se l'impresa non avesse acquisito o emesso lo strumento finanziario.

Lo IAS 39 identifica espressamente alcune tipologie di costi che sono da includere tra i costi della transazione.

Ovviamente, l'esatta individuazione dei costi (proventi) di transazione impatta sul valore del costo ammortizzato e sul calcolo del tasso di interesse effettivo della singola operazione rendendolo differente dal tasso contrattuale.

Per le **attività finanziarie**:

- ~ la presenza di costi si concretizza in un ammontare erogato effettivo superiore a quello nominale e, conseguentemente, il tasso effettivo dello strumento risulta inferiore al suo tasso contrattuale;
- ~ la presenza di proventi si concretizza in un ammontare erogato effettivo inferiore a quello nominale e, conseguentemente, il tasso effettivo dello strumento risulta superiore al suo tasso contrattuale.

Per le **passività finanziarie**:

- ~ la presenza di costi si concretizza in un ammontare incassato effettivo inferiore a quello nominale e, conseguentemente, il tasso effettivo dello strumento risulta superiore al suo tasso contrattuale.

Come abbiamo accennato, il **costo ammortizzato** deve essere calcolato utilizzando il **metodo dell'interesse effettivo** che serve per ripartire gli interessi attivi o passivi e i costi e ricavi di transazione lungo il periodo di durata dello strumento.

Il **tasso di interesse effettivo** è il tasso che rende nullo il valore attuale, all'epoca della valutazione, del cash-flow complessivo (i pagamenti o incassi futuri stimati lungo la vita attesa dello strumento finanziario) dello strumento finanziario.

- Nel caso di attività finanziarie, esso viene anche detto **tasso interno di rendimento** e misura il rendimento netto dei capitali investiti con lo strumento finanziario.
- Nel caso di passività finanziarie, esso viene anche detto **tasso interno di costo** e misura il costo complessivo dei capitali acquisiti con lo strumento finanziario.

Il calcolo del tasso di interesse effettivo deve comprendere tutte le componenti economiche pagate o ricevute che sono parte integrante dello stesso, i costi di transazione, e tutti gli altri premi o sconti.

La determinazione del costo ammortizzato è diversa a seconda che gli strumenti finanziari considerati siano a tasso fisso o a tasso variabile e - in questa seconda ipotesi - a seconda che la variabilità del tasso sia nota (tasso fisso per fasce temporali) o meno a priori.

Per gli strumenti finanziari a tasso fisso o a tasso fisso per fasce temporali (con il tasso che varia dopo un certo periodo in modo fisso), i flussi futuri di cassa devono essere quantificati in base al tasso di interesse noto (unico o variabile) durante la vita dello strumento.

Per gli strumenti a tasso variabile, la cui variabilità non è nota a priori (ad esempio perché legata ad un indice), la determinazione dei flussi di cassa deve avvenire sulla base dell'ultimo tasso noto e ad ogni data di revisione del tasso, si procede al ricalcolo del nuovo tasso di rendimento effettivo.

Lo IAS 39 prevede inoltre, che uno strumento finanziario a tasso fisso per intervalli temporali noti a priori, richiede il calcolo del costo ammortizzato anche in assenza di costi e proventi di transazione, in quanto il relativo tasso effettivo è pari ad una media finanziaria di quelli applicabili negli intervalli temporali ed è, quindi, diverso dal tasso nominale.

Condizione indispensabile perché ciò possa essere fatto è, ovviamente, la conoscenza, a priori, dei valori che il tasso di interesse assumerà nel corso degli intervalli temporali.

La valutazione di uno strumento finanziario al costo ammortizzato attiene solo alla sua valorizzazione contabile e, ovviamente, non alla gestione del rapporto con la controparte che, invece, continua a ricevere/pagare gli interessi sulla base del tasso nominale e deve comunque ricevere/rimborsare, anche in caso di rimborso anticipato, il valore nominale dello strumento.

Con lo IAS 39, secondo un principio generale di tutti gli IAS e a differenza dei principi contabili nazionali italiani, si tenta di rappresentare il fenomeno economico-finanziario invece che dal mero aspetto contrattuale.

In questo lavoro, cerchiamo di interpretare il metodo, brevemente sopra richiamato, alla luce della Matematica Finanziaria per evidenziare:

- le caratteristiche che sono insite nel metodo stesso,
- la sua applicabilità a strumenti finanziari più generali di quelli previsti ed esemplificati nello IAS 39.

In particolare, faremo notare come il procedimento richiesto può configurarsi come una costituzione di capitale a rate costanti per la differenza tra i valori erogati o incassati e i valori nominali di rimborso. In base a questa osservazione generalizzeremo il procedimento di costituzione di capitale anche a strumenti finanziari diversi dai Bullet bond (esemplificati nello IAS 39) come quelli con rimborsi di capitale anche durante la vita dello strumento stesso.

## 2. IMPOSTAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA

Riferiamoci inizialmente, senza perdere di generalità, ad uno strumento finanziario di Credito (dal punto di vista, quindi, dell'investitore) e lo supponiamo del tipo Bullet Bond (come i BTP emessi dallo Stato, in cui durante la vita dello strumento vengono erogati solo gli interessi e il rimborso avviene, invece, totalmente alla scadenza).

Inoltre:

- ci troviamo in presenza di Costi di Transazione **CT** sostenuti all'atto dell'acquisto;
- indichiamo con:
  - o **VN** il valore nominale dello strumento finanziario,
  - o **VR** il valore di rimborso,

- o  $n$  la durata dello strumento finanziario espressa come numero di periodi unitari,
- o  $P$  il prezzo dello strumento finanziario (fair value all'atto di acquisto),
- o  $r$  il tasso di obbligazione (coupon rate), tasso nominale in base al quale si calcola il valore della cedola, da pagare in modo posticipato, ad ogni periodo unitario, sul valore nominale dello strumento finanziario

In un primo momento, analizziamo titoli con cedola costante  $C = VN * r$ , nota al momento dell'acquisto del bond.

Con le posizioni fatte, tale titolo di credito è rappresentabile nel seguente modo:

$$\begin{array}{ccccccc} (-P - CT) & C & C & \dots & \dots & (C + VR) \\ 0 & 1 & 2 & \dots & \dots & n \end{array}$$

Indichiamo con  $i$  il tasso di rendimento effettivo, cioè il tasso effettivamente guadagnato dall'investitore supponendo che il titolo sia mantenuto fino alla scadenza (tale tasso è il TIR, nel senso usuale del termine, della operazione finanziaria rappresentata dal cash flow sopra riportato)

Indicando poi con  $K$  il valore attuale, calcolato in base ad  $i$ , del valore di rimborso a scadenza, ovvero:

$$K = \frac{VR}{(1+i)^n} \quad (1)$$

il prezzo dello strumento finanziario è dato da

$$P = Ca_{\overline{n}|i} + K \quad (2)$$

che esprime che il prezzo è uguale al valore attuale delle cedole future più il valore attuale del valore di rimborso, calcolati al tasso di rendimento effettivo  $i$ .

E' noto che il Prezzo dello strumento finanziario può essere anche espresso attraverso la relazione:

$$P = VR + (C - 1 * VR) a_{\overline{n}|i} \quad (3)$$

con la quale si evidenzia che il prezzo è uguale al valore di rimborso più un guadagno (discount) o una perdita (premium) in "conto capitale"; l'importo di questo discount o premium è come se venisse suddiviso in tante quote pari, ognuna a  $(C - 1 * VR)$  "fittiziamente" posizionate, sull'asse dei tempi, al momento di ogni stacco della "cedola".

Inoltre indicando con  $G$  la "Base" dello strumento finanziario ovvero quell'ammontare, investito al tasso  $i$ , che produrrebbe pagamenti periodici uguali alla cedola dello strumento:

$$G = \frac{VN+r}{i} \quad (4)$$

e con  $g$  il tasso effettivo di obbligazione corretto (modified coupon rate), tale che:

$$g = \frac{VN+r}{VR} \quad (5)$$

esistono altri due modi, altrettanto significativi, di esprimere il prezzo:

$$P = G + (VR - G)v^n \quad (6)$$

$$P = K + \frac{g}{i}(VR - K) \quad (7)$$

In quest'ultima forma si mette in evidenza che cedendo la somma  $P$  e ricevendo, in cambio la somma  $VR$ , nonché l'interesse al tasso  $g$  sulla somma  $VR$  si realizza, sulla somma  $P$ , l'interesse al tasso  $i$ .

Se  $g = i$  significa che tutto il guadagno è nelle cedole e non c'è guadagno (o perdita) in conto capitale.

Il premium è espresso da:

$$P - VR = VR(g - i)a_{\overline{n}|i} \quad \text{con } g > i \quad (8)$$

Mentre il discount è espresso da:

$$VR - P = VR(i - g)a_{\overline{n}|i} \quad \text{con } i > g \quad (9)$$

Se  $i > g$  vuol dire che il rendimento globale del strumento finanziario eccede quello delle sole "cedole" e quindi rifletterà l'esistenza di un guadagno in conto capitale (capital gain) e, quindi un discount.

Viceversa se  $g > i$  vuol dire che il rendimento globale dello strumento è inferiore al rendimento apportato dalle sole cedole e dunque ci sarà una perdita in conto capitale (capital loss).

Viene spontaneo, quindi, immaginare di incassare, in ogni periodo, una "cedola fittizia" che è opportuno che venga divisa in:

- interesse effettivamente guadagnato
- quota di adeguamento del capitale

Con questo tipo di approccio il valore del titolo viene continuamente adeguato, ad ogni periodo unitario, in modo che dal prezzo di acquisto arrivi al valore di rimborso; questi successivi valori dello strumento sono, ovviamente, "prezzi teorici" e forniscono una serie di valori ragionevoli che variano "dolcemente" (senza sbalzi provocati dal mercato).

Chiaramente, questi prezzi teorici differiranno, alle successive scadenze dai valori reali degli strumenti finanziari presenti sul mercato con caratteristiche analoghe. Il prezzo di tali prodotti sarà funzione dei tassi di interesse vigenti in quei momenti, mentre i prezzi teorici seguiranno una progressione regolare dal momento che sono tutti basati sul tasso di rendimento al momento dell'acquisto.

### 3. IL CASO DEL TASSO COSTANTE

Non è difficile ricostruire, alla luce di queste considerazioni, la metodologia del "Costo Ammortizzato" secondo le formule della Matematica Finanziaria.

Se indichiamo con  $p$  il premium/discount per ogni unità di Valore di rimborso  $VR$ , la tabella può essere espressa così:

TABELLA 1

Periodo	Incassi a titolo di interesse	Interesse effettivo	Variazione del Capitale	Valore del Capitale alla fine del periodo (Costo Ammortizzato)
0				$VR(1+p) = VR * [1 + (g-i)a_{\overline{n} i}]$
1	$VR * g$	$VR * i[1 + (g-i)a_{\overline{n} i}]$	$VR(i-g)v^n$	$VR * [1 + (g-i)a_{\overline{n-1} i}]$
2	$VR * g$	$VR * i[1 + (g-i)a_{\overline{n-1} i}]$	$VR(i-g)v^{n-1}$	
t	$VR * g$	$VR * i[1 + (g-i)a_{\overline{n-t+1} i}]$	$VR(i-g)v^{n-t+1}$	$VR * [1 + (g-i)a_{\overline{n-t} i}]$
n-1	$VR * g$	$VR * i[1 + (g-i)a_{\overline{2} i}]$	$VR(i-g)v^2$	$VR * [1 + (g-i)a_{\overline{1} i}]$
n	$VR * g$	$VR * i[1 + (g-i)a_{\overline{1} i}]$	$VR(i-g)v$	$VR$
Totale	$VR * g * n$	$VR(ng - p)$	$VR(i-g)a_{\overline{n} i} = -VRp$	

Si osserva che la valutazione del credito riportato nella colonna Valore di Capitale è effettuata un istante prima di aver ottenuto il rimborso finale pari a  $VR$ .

E' immediato accorgersi che nella colonna "Variazione del Capitale" ci sono le quote capitali di un **piano di costituzione (sinking fund)**, svolto con metodo francese (a rate costanti) dell'importo  $VR * p$  effettuato al tasso  $i$ , la cui somma è uguale all'importo della differenza tra quanto si riceverà a rimborso e quanto si è esborsato all'acquisto del titolo.

Analizziamo, a tal fine, secondo un altro ed equivalente punto di vista il titolo in esame osservando che l'investimento è "fatto" al tasso TIR e quindi l'interesse effettivo che si dovrebbe incassare relativamente al primo periodo è pari a  $i * P$ , che rappresenta l'interesse che deve essere imputato a Conto Economico secondo lo IAS 39.

L'interesse effettivamente incassato è però uguale alla Cedola  $C$  e quindi nel primo periodo l'interesse effettivo e l'interesse incassato non coincidono: la differenza

$$i * P - C \quad (10)$$

contribuisce all'adeguamento del valore del titolo che aumenta o diminuisce a seconda del segno della differenza sopra indicata.

Il valore del Credito, quindi, dopo un periodo, diviene

$$P + [i * P - C] = P(1+i) - C \quad (11)$$

In maniera ricorsiva è possibile verificare che il Valore del Capitale in epoca  $t$  è pari a

$$P * (1+i)^t - C * s_{\overline{t}|i} \quad (12)$$



e di conseguenza il valore di Variazione di Capitale, sempre in epoca  $t$ , risulta pari a

$$i[P * (1 + i)^{t-1} - C * s_{\overline{t-1}|i}] - C \quad (13)$$

I valori ottenuti con questa impostazione sono riportati nella seguente tabella

TABELLA 2

Periodo	Incassi a titolo di interesse	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-	-	-	$P$
1	$C = r * VN$	$i * P$	$iP - C$	$[P * (1 + i) - C]$
2	$C$	$i[P * (1 + i) - C]$	$i[P * (1 + i) - C] - C$	$[P * (1 + i)^2 - C * s_{\overline{2} i}]$
$t$	$C$	$i [P * (1 + i)^{t-1} - C * s_{\overline{t-1} i}]$	$i [P * (1 + i)^{t-1} - C * s_{\overline{t-1} i}] - C$	$P * (1 + i)^t - C * s_{\overline{t} i}$
$n-1$	$C$	$i [P * (1 + i)^{n-2} - C * s_{\overline{n-2} i}]$	$i [P * (1 + i)^{n-2} - C * s_{\overline{n-2} i}] - C$	$P * (1 + i)^{n-1} - C * s_{\overline{n-1} i}$
$n$	$C$	$i [P * (1 + i)^{n-1} - C * s_{\overline{n-1} i}]$	$i [P * (1 + i)^{n-1} - C * s_{\overline{n-1} i}] - C$	$P * (1 + i)^n - C * s_{\overline{n} i}$
totale	$C * n$	$s_{\overline{n} i}[iP - C] + C * n$	$s_{\overline{n} i}[iP - C]$	

E' facile verificare che i valori ottenuti nelle righe "totali" ottenuti con le due diverse impostazioni, riportati nelle tabelle 1 e 2 coincidono.

Si riporta nella tabella seguente un esempio numerico di titolo quinquennale di valore nominale 1000 con cedole annue al tasso cedolare annuo pari al 5%, prezzo di rimborso 1100.

Sia 850 il prezzo in  $t=0$  comprensivo degli eventuali costi di transazione pagati in  $t=0$  e quindi il Tir di tale obbligazione è pari all'10,6390% effettivo annuo

TABELLA 3

Periodo	Incassi a titolo di interesse	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-			850,00
1	50	90,43	40,43	890,43
2	50	94,73	44,73	935,17
3	50	99,49	49,49	984,66
4	50	104,76	54,76	1.039,42
5	50	110,59	60,59	1.100,00
totale	250,00	500,00	250,00	

Il valore positivo dei valori presenti nella colonna Variazione di Capitale è giustificato dal fatto che a fronte di un interesse effettivo che viene imputato a conto economico secondo lo IAS 39 risulta un incasso, nel caso in esame, di una cedola di valore inferiore: questo comporta, ovviamente, un aumento del Valore del Capitale.

Da questo punto di vista il valore del Capitale (calcolato secondo il Costo ammortizzato) ad un'epoca generica  $t$  è rappresentato dal prezzo pagato all'atto dell'acquisto capitalizzato fino al periodo corrente in base al tasso effettivo  $i$  a cui va detratto il montante, sempre fino al periodo corrente e sempre al tasso  $i$ , delle cedole già incassate come si evince dalla (12). Con questo tipo di interpretazione si mette in luce, piuttosto che la spalmatura nel tempo di costi e ricavi secondo un procedimento "fittizio" come viene fatto attraverso lo IAS 39, come si cerchi di costituire, in modo finanziariamente opportuno la differenza tra prezzo pagato e somma che si riceverà a rimborso. Sotto questo punto di vista il metodo richiesto dallo IAS 19 è finanziariamente corretto.

Lo spostamento dell'ottica dal Conto Economico allo Stato Patrimoniale rende più efficace la metodologia introdotta dallo IAS 39. La metodologia secondo gli Italian GAAP (spalmatura uniforme durante la vita del titolo) era incongruente, dal punto di vista finanziario, con il fenomeno effettivo.

#### 4. IL CASO DEI TASSI VARIABILI NON NOTI A PRIORI

Analizziamo, ora il caso di un credito a tasso variabile, la cui variabilità non è nota a priori (ad esempio perché legata ad un indice) per il quale la determinazione dei flussi di cassa avviene sulla base dell'ultimo tasso noto. Ad ogni data di revisione del tasso si procede al ricalcolo del tasso di rendimento effettivo.

Inizialmente sia  $r_0$  il tasso cedolare (effettivo equivalente) e tale tasso si supponga costante per tutta la durata dell'operazione.

Noto il costo di transazione, è possibile calcolare il tir  $i_0$  dell'operazione come precisato nell'analisi di cui al paragrafo precedente.

Si indichi  $C_0 = r_0 VN$  il valore delle  $n$  cedole, in base alle informazioni in  $t=0$ .

Il valore in  $t=1$  del titolo, in analogia con quanto illustrato nel caso precedente (10), deve essere adeguato a causa dello scostamento tra interesse effettivo e interesse "incassato" che in questo caso è pari a  $i_0 P_0 - C_0$  e quindi

$$P_1 = P_0(1 + i_0) - C_0 \quad (14)$$

In  $t=1$  si viene poi a conoscenza del nuovo tasso cedolare  $r_1$  che si ipotizza, anche ora, costante per la durata residua e con il quale è possibile calcolare la cedola  $C_1 = r_1 VN$ .

Dato il Prezzo "ricalcolato"  $P_1$  e le cedole adeguate  $C_1$ , è possibile calcolare il tasso effettivo  $i_1$  del titolo "residuo" (titolo di durata  $n - 1$ , con cedola costante pari a  $C_1$  e prezzo  $P_1$ ).

Questo stesso ragionamento può essere applicato per ogni scadenza ottenendo la seguente formula ricorsiva (generalizzando la (14)) per la determinazione del valore di credito del titolo a tassi cedolari variabili non noti a priori

$$P_t = P_{t-1}(1 + i_{t-1}) - C_{t-1} \quad (15)$$

Il valore da imputare a CE secondo IAS39 quindi, nell'anno t è:

$$P_{t-1}i_{t-1} \quad (16)$$

Le formule ottenute sono riportate nella seguente tabella, costruita a posteriori, mediante le prime righe dei successivi piani:

TABELLA 4

Periodo	Incassi a titolo di interesse	TIR*	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-	$i_0$	-	-	$P_0 = P$
1	$r_0 VN$	$i_1$	$i_0 P$	$i_0 P - r_0 VN$	$P_1 = [P_0(1 + i_0) - r_0 VN]$
2	$r_1 VN$	$i_2$	$i_1 P_1$	$i_1 P_1 - r_1 VN$	$P_2 = [P_1(1 + i_1) - r_1 VN] =$ $P_0(1 + i_0)(1 + i_1) - r_0 VN(1 + i_1) - r_1 VN$
t	$r_{t-1} VN$	$i_t$	$i_{t-1} P_{t-1}$	$i_{t-1} P_{t-1} - r_{t-1} VN$	$P_t = P_0 \prod_{k=0}^{t-1} (1 + i_k) - \sum_{s=0}^{t-1} r_s VN \prod_{p=s+1}^{t-1} (1 + i_p) - r_{t-1} VN$
n - 1	$r_{n-2} VN$	$i_{n-1}$	$i_n P_n$	$i_{n-2} P - r_{n-2} VN$	$P_{n-1} = P_0 \prod_{k=0}^{n-2} (1 + i_k) - \sum_{s=0}^{n-2} r_s VN \prod_{p=s+1}^{n-2} (1 + i_p) - r_{n-1} VN$
n	$r_{n-1} VN$	-	$i_{n-1} P_{n-1}$	$i_{n-1} P - r_{n-1} VN$	$P_n = P_0 \prod_{k=0}^{n-1} (1 + i_k) - \sum_{s=0}^{n-1} r_s VN \prod_{p=s+1}^{n-1} (1 + i_p) - r_n VN$

Di seguito un esempio di titolo con tasso cedolare variabile non noto a priori.

Il titolo in esame di VN pari a 1000, con cedola prevista in t=0 ad un tasso cedolare del 5% e prezzo di 950 euro, ha inizialmente tir pari al 6,193%. Dopo un periodo grazie alla (14) è possibile calcolare il nuovo valore del capitale; contestualmente si conosce il nuovo tasso cedolare e di conseguenza il nuovo tir. La tabella che segue presenta i valori riepilogativi del titolo preso ad esempio per il quale si sono ipotizzati crescenti i tassi cedolare non noti a priori.

TABELLA 5

Periodo	Incassi a titolo di interesse	tassi cedolari	TIR*	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-	5,00%	6,193%			950,00
1	50,00	6,00%	7,221%	58,836	8,84	958,84
2	60,00	7,00%	8,244%	69,241	9,24	968,08
3	70,00	8,00%	9,262%	79,810	9,81	977,89
4	80,00	9,00%	10,273%	90,567	10,57	988,45
5	90,00			101,546	11,55	1000,00
totali	350,00			400,00	50,00	

### 5. IL CASO DEL RIMBORSO GRADUALE DEL CAPITALE

Analizziamo ora i titoli di credito nei quali, alle varie scadenze, sono previsti dei rimborsi in conto capitale (con piano di rimborso noto all'emissione): per tali titoli (serial bond) è possibile utilizzare lo stesso approccio usato precedentemente con qualche opportuna modifica.

Indichiamo con  $VN$  il valore nominale di un titolo di credito che prevede un rimborso graduale del capitale attraverso un cash-flow di rate (capitale più interessi) finanziariamente congruenti, pari a  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Indichiamo con  $S_1, S_2, \dots, S_n$  le corrispondenti quote capitali. Si verifica, ovviamente che  $\sum_k S_k = VN$

Alla prima scadenza l'interesse effettivo, da imputare a CE (in base IAS 39) è pari a

$$i * P \quad (17)$$

L'interesse effettivamente incassato è invece pari a

$$I_1 = R_1 - S_1 \quad (18)$$

Anche in questo caso la differenza tra interesse effettivo e interesse incassato rappresenta l'aggiustamento del valore credito pari a

$$i * P - I_1 \quad (19)$$

Come nei paragrafi precedenti, è possibile determinare, il valore del credito in epoca 1 pari al valore in epoca 0 dal quale viene sottratta, in questo caso, la prima quota di capitale rimborsata e a cui è aggiunto il primo adeguamento di capitale (19)

$$P - S_1 + (iP - I_1) = P(1 + i) - R_1 \quad (20)$$

In maniera ricorrente è possibile determinare ad ogni scadenza il valore del Capitale attraverso la seguente

$$P_t = P(1+i)^t - \sum_{k=1}^t R_k(1+i)^{t-k} \quad (21)$$

Con tale valore, si calcoleranno gli interessi effettivi e le conseguenti variazioni di capitale come illustrato nella tabella seguente.

TABELLA 6

Periodo	Rata incassata	Quota capitale rimborsata	Quota interesse Incassati	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-			-	-	$R_0 = P$
1	$R_1$	$S_1$	$I_1 = R_1 - S_1$	$i * P$	$iP - I_1$	$P_1 = P(1+i) - R_1 + S_1$
2	$R_2$	$S_2$	$I_2 = R_2 - S_2$	$i[P(1+i) - R_1]$	$iP_1 - I_2$	$P_2 = P(1+i)^2 - R_1(1+i) - R_2 + S_2$
t	$R_t$	$S_t$	$I_t = R_t - S_t$	$i \left[ P(1+i)^{t-1} - \sum_{k=1}^{t-1} R_k(1+i)^{t-1-k} \right]$	$iP_{t-1} - I_t$	$P(1+i)^t - \sum_{k=1}^t R_k(1+i)^{t-k} + S_t$
n-1	$R_{n-1}$	$S_{n-1}$	$I_{n-1} = R_{n-1} - S_{n-1}$	$i \left[ P(1+i)^{n-2} - \sum_{k=1}^{n-2} R_k(1+i)^{n-2-k} \right]$	$iP_{n-2} - I_{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} - \sum_{k=1}^{n-1} R_k(1+i)^{n-1-k} + S_{n-1}$
n	$R_n$	$S_n$	$I_n = R_n - S_n$	$i \left[ P(1+i)^{n-1} - \sum_{k=1}^{n-1} R_k(1+i)^{n-1-k} \right]$	$iP_{n-1} - I_n$	$P(1+i)^n - \sum_{k=1}^n R_k(1+i)^{n-k} + S_n$

Si osserva, anche in questo caso, che la valutazione del credito riportato nella colonna Valore di Capitale è effettuata un istante prima di aver ottenuto il rimborso della quota capitale relativa al periodo corrente.

Consideriamo a titolo di esempio il caso di un titolo quinquennale il cui VN è pari a 1000 e il cui rimborso avviene in modo graduale in 5 anni secondo i valori riportati nella tabella seguente. Il Tasso contrattuale sia il 5% effettivo e il prezzo in epoca 0 pari a 850.

Il Tir dell'operazione risulta l'11,089%.

Applicando il metodo del costo ammortizzato è possibile ottenere, come riportato in seguito, gli interessi effettivi e il valore del capitale ad ogni epoca

TABELLA 7

Periodo	Rata incassata	Quota capitale rimborsata	Quota interessi incassate	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale alla fine del periodo (Costo Ammortizzato)
0						850,00
1	318,01	268,01	50,00	94,26	44,26	894,26
2	120,00	83,40	36,60	69,45	32,85	659,10
3	130,00	97,57	32,43	63,84	31,41	607,11
4	350,00	322,45	27,55	56,50	28,95	538,49
5	240,00	228,57	11,43	23,96	12,53	228,57
totale			158,01	308,01	150,00	

Nel caso particolare di rimborso mediante rate costanti  $R$  (modalità francese del piano di rimborso), indichiamo con  $i$  il tasso "contrattuale" con il quale vengono calcolate le rate relativamente al valore nominale. Ricordiamo che le quote capitali rimborsate variano in progressione geometrica di ragione  $(1+i)$  con prima quota capitale pari a  $S = \frac{R}{(1+i)^n}$ .

Indichiamo con  $x$  il tasso interno calcolato utilizzando il Prezzo  $P$  comprensivo degli eventuali costi di transazione.

Per tale titolo è possibile individuare delle formule più compatte per le grandezze coinvolte, come riportato nella tabella seguente

TABELLA 8

Perio do	Rata incassata	Quota capitale rimborsata	Quota interesse Incassati	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-			-	-	$P$
1	$R = S + iVN$	$S$	$iVN$	$x * P$	$xP - iVN$	$P(1+i) + iVN$
2	$R$	$S(1+i)$	$i(VN - S)$	$Px(1+x)^2 - R(1+x)$	$Px(1+x) - R(1+x) + S(1+i)$	$P(1+x)^2 - RS_{2 x} + S$
t	$R$	$S(1+i)^{t-1}$	$i(VN - Ss_{\overline{t-1} i})$	$Px(1+x)^{t-1} - R(1+x)$	$Px(1+x)^{t-1} - R(1+x)^{t-1} + S(1+i)^{t-1}$	$P(1+x)^t - RS_{t x} + S$
n-1	$R$	$S(1+i)^{n-1}$	$i(VN - Ss_{\overline{n-2} i})$	$Px(1+x)^{n-2} - R(1+x)$	$Px(1+x)^{n-2} - R(1+x)^{n-2} + S(1+i)^{n-2}$	$P(1+x)^{n-1} - RS_{n-1 x} + S$
n	$R$	$S(1+i)^{n-1}$	$i(VN - Ss_{\overline{n-1} i})$	$Px(1+x)^{n-1} - R(1+x)$	$Px(1+x)^{n-1} - R(1+x)^{n-1} + S(1+i)^{n-1}$	$P(1+x)^n - RS_{n x} + S$
totale			$niVN + -S(s_{\overline{n} i} - n)$	$S_{\overline{n} x}(xP - R) + n(iV)$	$xPS_{n x} - RS_{n x} - SS_{n i}$	

Come esempio numerico consideriamo nuovamente un titolo il cui valore nominale è pari a 1000, con Prezzo 850 e rimborso con 5 rate costanti posticipate pari a 230,98.

Il Tir dell'operazione risulta l'11,1710%.

Applicando la tabella sopra riportata otteniamo i risultati seguenti

TABELLA 9

Periodo	Rata incassata	Quota capitale rimborsata	Quota interesse Incassati	Interesse effettivo da imputare a CE secondo IAS 39	Variazione del Capitale	Valore del Capitale (Costo Ammortizzato)
0	-					850
1	230,97	180,97	50,000	94,95	44,95	894,95
2	230,97	190,02	40,95	79,76	38,81	752,78
3	230,97	199,52	31,45	62,87	31,42	594,17
4	230,97	209,50	21,47	44,09	22,61	417,27
5	230,97	219,98	10,99	23,21	12,21	219,98
total e			154,87	304,87	150,0	

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro si è fatto riferimento al metodo di valutazione di strumenti finanziari, detto del Costo Ammortizzato, riportato nello IAS 39 e lo si è interpretato alla luce delle formule classiche della Matematica Finanziaria.

Dall'analisi svolta si sono ottenuti quattro risultati:

- la determinazione di una cedola "fittizia" da suddividere:
  - nell'interesse effettivamente guadagnato
  - nella quota di adeguamento del capitale;
- l'individuazione della quota di adeguamento del capitale come una rata di costituzione, per periodo unitario, della differenza tra prezzo pagato e somma che si riceverà a rimborso;
- la giustificazione, dal punto di vista della Matematica Finanziaria, che il metodo proposto dallo IAS 39 è finanziariamente corretto in quanto interpreta, nello giusto modo, il fenomeno economico finanziario sottostante;
- l'estensione della metodologia a strumenti con rimborso graduale del capitale.

Ovviamente l'analisi può essere riprodotta nel caso di uno strumento finanziario di debito (passività) e anche in questo caso si ottengono le stesse illustrazioni sul fenomeno esaminato.

## 7. BIBLIOGRAFIA

Bortot P. Magnani U. Olivieri G. Rossi F.A. Torrigiani M. (1998) Monduzzi Editore

Commissione Europea - REGOLAMENTO (CE) N. 1004/2008

Giunta F. Pisani M. (2005) Il bilancio – Apogeo Editore

IasABI (2005) Analisi e strumenti per i nuovi principi contabili Bancaria Editrice

IASB (2008) Reclassification of Financial Assets - Amendments to IAS 39 Financial Instruments: Recognition and Measurement and IFRS 7 Financial Instruments: Disclosures

IASC Foundation Education (2008) –Traduzione Ufficiale del Principio contabile internazionale IAS 39: Strumenti finanziari: rilevazioni e valutazioni

Kellison S.G. (1991) The theory of interest -IRWIN

Moriconi F. (1994) Matematica Finanziaria -. Ed. Il Mulino

Rossi C. (2007 )Valutazioni di bilancio secondo i principi contabili internazionali – Isedi